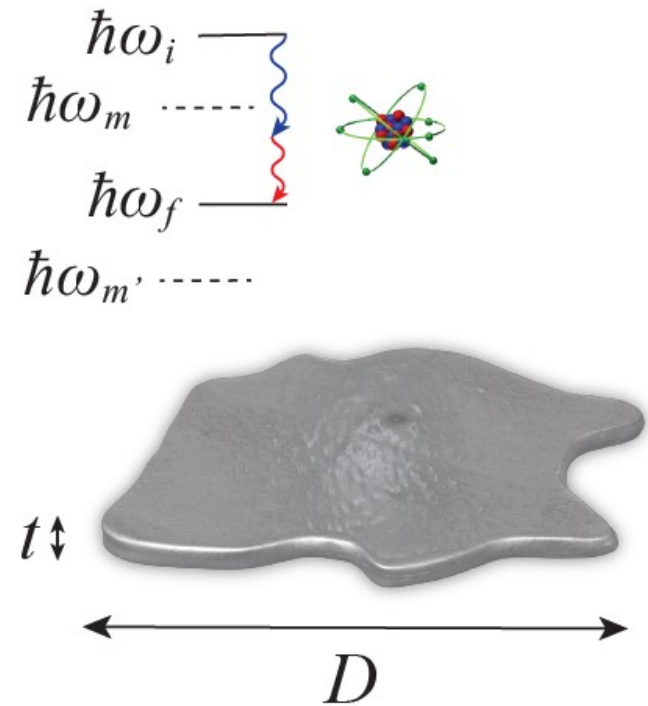


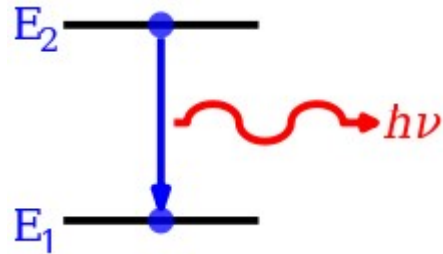
EMISSÃO ESPONTÂNEA DE DOIS FÓTONS PRÓXIMO A NANOESTRUTURAS PLASMÔNICAS (QUASE-)2D

Yuri Muniz



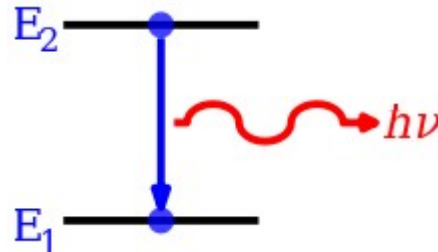
EMISSÃO ESPONTÂNEA (EE)

- Átomo excitado, mesmo que isolado de todos os corpos no universo, acaba decaindo para o estado fundamental.



EMISSÃO ESPONTÂNEA (EE)

- Átomo excitado, mesmo que isolado de todos os corpos no universo, acaba decaindo para o estado fundamental.



**PELO AMOR DE MARCUS VENICIUS,
VAMOS PULAR ESSA PARTE NÉ...**

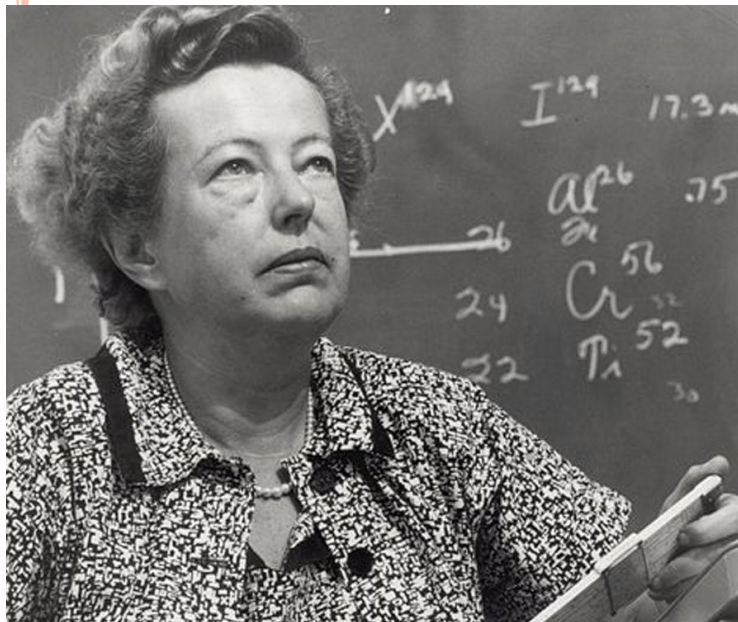
Emissão espontânea de dois fótons

EMISSÃO ESPONTÂNEA DE DOIS FÓTONS (EEDF)

- Processo de **segunda ordem**, portanto, muito menos provável que a EE de um fóton.
- É um processo relevante quando a EE de um fóton não é possível, por exemplo, devido às regras de seleção.
- Ex: transição $2s - 1s$ no átomo de H.
- Espectro de emissão de **banda larga**.

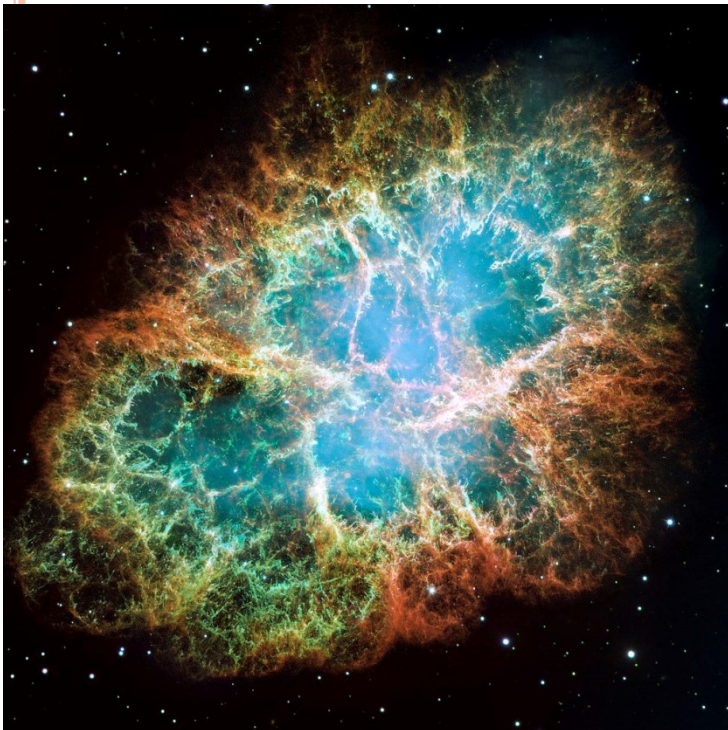
UMA BREVE HISTÓRIA

- **Maria Göppert-Mayer (1931)** foi a primeira a obter a taxa de decaimento de um átomo pela emissão **simultânea** de dois fótons.
- Não somente isso, seu trabalho foi pioneiro no que diz respeito ao estudo de processos elementares em segunda ordem na EDQ.



UMA BREVE HISTÓRIA

- Em **1940**, **Breit e Teller** mostraram que o mecanismo de decaimento dominante na transição $2s - 1s$ no átomo de H é a EEDF, obtendo $\tau \approx 1/7s$.
- Isso foi capaz de explicar o espectro de emissão de nebulosas planetárias.



UMA BREVE HISTÓRIA

- No entanto, fazer medidas em laboratório do processo de EEDF é complicado.
- **M. Lipeles** e coautores (**1965**) realizaram a primeira verificação experimental do fenômeno.
- Após os trabalhos pioneiros, a EEDF passou a ser investigada em diversos sistemas (**átomos hidrogenóides, átomos de muitos elétrons, materiais semicondutores, pontos quânticos**).

EFEITO PURCELL E EEDF

- O efeito Purcell na EEDF não é um tema amplamente discutido na literatura, em parte, devido à dificuldade de se observar o fenômeno.
- No entanto, com o crescente progresso em **ótica de campo próximo, plasmônica, metamateriais** etc, o interesse no tema tem aumentado.
- **N. Rivera *et al***, “*Making two-photon processes dominate one-photon processes using mid-ir phonon polaritons*”, PNAS (2017)
- Além disso, a EEDF é um processo **mais rico** que a EE de um fóton.

FORMALISMO

- A taxa de EEDF pode ser obtida utilizando a **regra de ouro de Fermi em segunda ordem**,

$$w_{i \rightarrow f}^{(2)} = \frac{2\pi}{\hbar^4} |M_{fi}|^2 \delta(\omega_{fi}) \quad , \quad M_{fi}(\omega) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_n \frac{\langle f|V|n\rangle \langle n|V|i\rangle}{\omega - \omega_n + i\eta}.$$

- Usando como perturbação o hamiltoniano de interação dipolar, obtemos

$$\Gamma(\mathbf{R}) = \frac{\pi}{4\epsilon_0^2 \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}p, \mathbf{k}'p'} \omega_k \omega_{k'} \left| \mathbf{A}_{\mathbf{k}p}(\mathbf{R}) \cdot \mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}'p'}(\mathbf{R}) \right|^2 \delta(\omega_k + \omega_{k'} - \omega_{eg}),$$

$$\mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) := \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_m \left[\frac{\mathbf{d}_{em} \mathbf{d}_{mg}}{\omega_{em} - \omega_k + i\eta} + \frac{\mathbf{d}_{mg} \mathbf{d}_{em}}{\omega_{em} - \omega_{k'} + i\eta} \right].$$

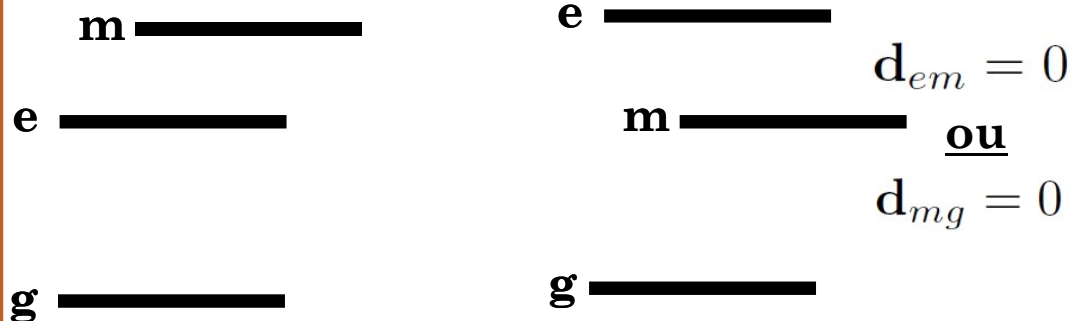
FORMALISMO

$$\Gamma(\mathbf{R}) = \frac{\pi}{4\epsilon_0^2 \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}p, \mathbf{k}'p'} \omega_k \omega_{k'} |\mathbf{A}_{\mathbf{k}p}(\mathbf{R}) \cdot \mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}'p'}(\mathbf{R})|^2 \delta(\omega_k + \omega_{k'} - \omega_{eg}),$$

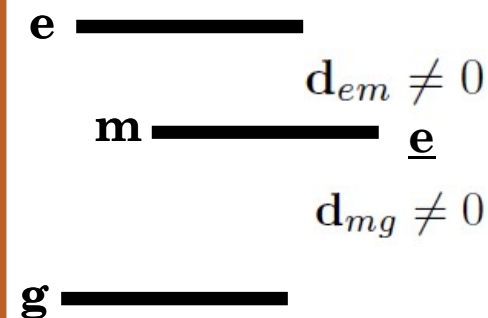
$$\mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) := \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_m \left[\frac{\mathbf{d}_{em} \mathbf{d}_{mg}}{\omega_{em} - \omega_k + i\eta} + \frac{\mathbf{d}_{mg} \mathbf{d}_{em}}{\omega_{em} - \omega_{k'} + i\eta} \right].$$

- Deve-se somar sobre **todos** os autoestados de H_A !
- É possível que haja a presença de ressonâncias em algumas situações.

Não ressonante:



Ressonante:



EEDF DE UM ÁTOMO NO ESPAÇO LIVRE

$$\Gamma(\mathbf{R}) = \frac{\pi}{4\epsilon_0^2 \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}p, \mathbf{k}'p'} \omega_k \omega_{k'} |\mathbf{A}_{\mathbf{k}p}(\mathbf{R}) \cdot \mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}'p'}(\mathbf{R})|^2 \delta(\omega_k + \omega_{k'} - \omega_{eg}).$$

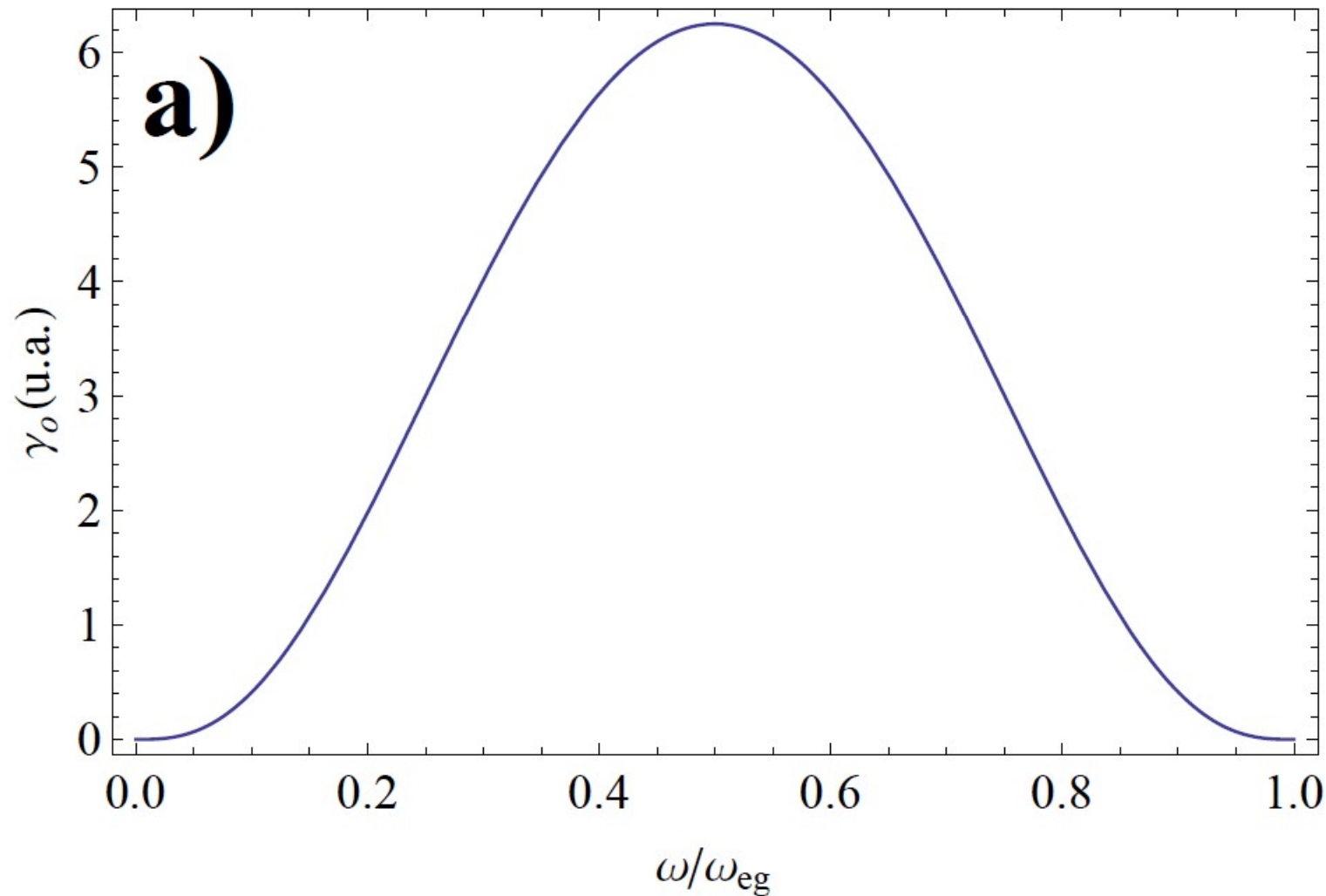
- Modos do campo no espaço livre: $\mathbf{A}_{\mathbf{k}p}(\mathbf{R}) = \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}}{\sqrt{V}} \mathbf{e}_{\mathbf{k}p}$.

$$\Gamma_o = \int_0^{\omega_{eg}} d\omega \gamma_o(\omega),$$
$$\gamma_o(\omega) = \frac{\mu_o^2}{36\pi^3 \hbar^2 c^2} \omega^3 (\omega_{eg} - \omega)^3 |\mathbb{D}(\omega, \omega_{eg} - \omega)|^2.$$

- Escrevemos a taxa de EEDF como uma integral da **densidade espectral** de emissão.

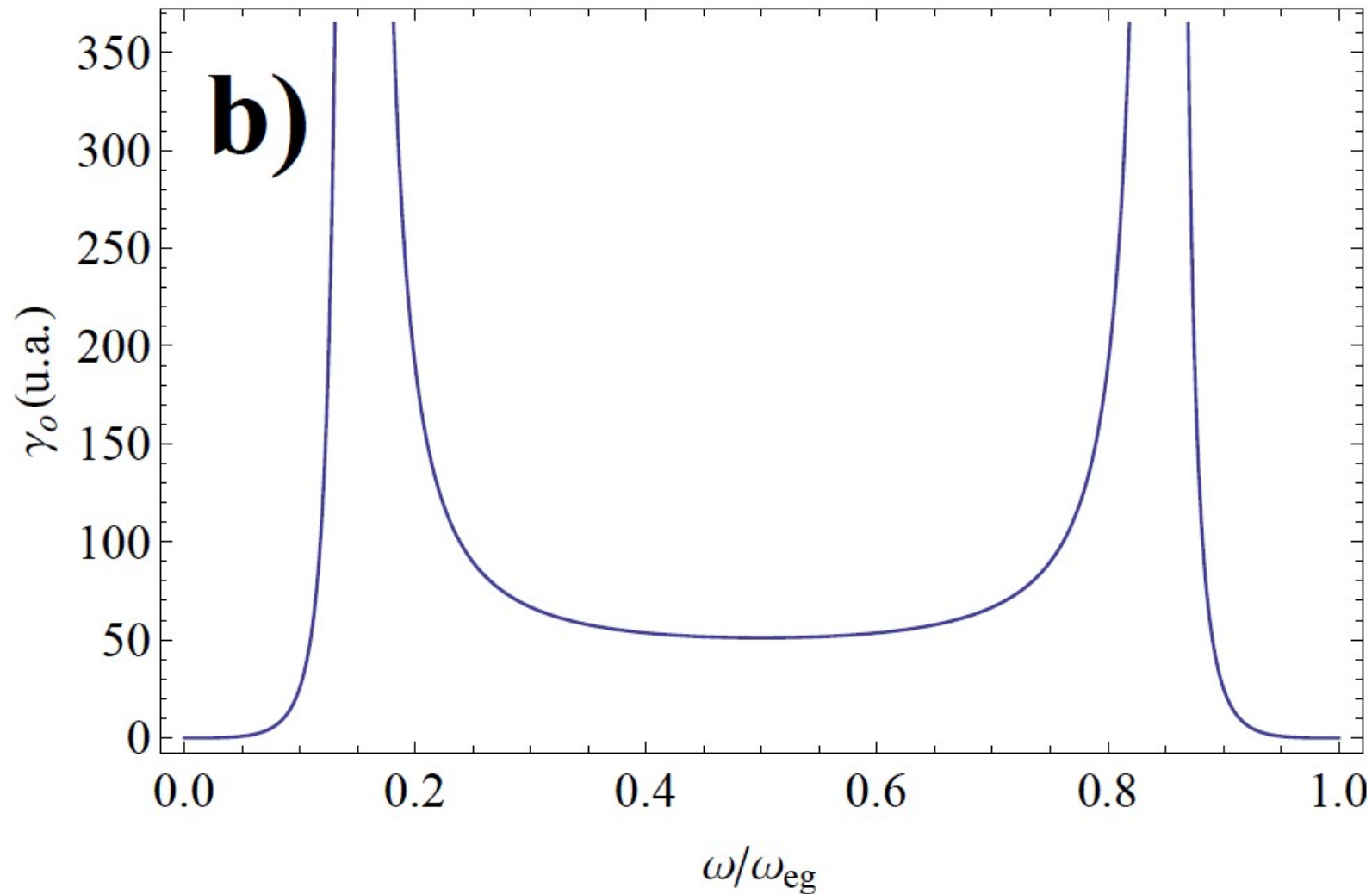
EEDF DE UM ÁTOMO NO ESPAÇO LIVRE

- Na ausência de ressonâncias:



EEDF DE UM ÁTOMO NO ESPAÇO LIVRE

- Com um estado intermediário ressonante:



REGRAS DE SELEÇÃO PARA A EEDF

$$\mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) := \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_m \left[\frac{\mathbf{d}_{em} \mathbf{d}_{mg}}{\omega_{em} - \omega_k + i\eta} + \frac{\mathbf{d}_{mg} \mathbf{d}_{em}}{\omega_{em} - \omega_{k'} + i\eta} \right].$$

- A taxa de EEDF **não** é diretamente proporcional a $|\mathbf{d}_{eg}|^2$.
- Pode ser pensada como uma transição **virtual** para um estado intermediário seguida de outra transição para o estado final. Logo, as regras de seleção são

$$\Delta l_{eg} = 0, \pm 2 \text{ e } \Delta m_{eg} = 0, \pm 1, \pm 2.$$

- Transições possíveis pela EEDF não são possíveis pela EE de um fóton, porém...

REGRAS DE SELEÇÃO PARA A EEDF

- Em **átomos hidrogenóides**, o único estado que não decai pela EE de um fóton é o estado 2s.

<http://staff.mbi-berlin.de/hertel/physik3/chapter8/8.7html/01.htm>

- Átomos de muitos elétrons: outras transições possíveis.
- Além disso, outros sistemas como **moléculas** e materiais **semicondutores**, naturalmente, terão outras regras de seleção para a EEDF.

TRANSIÇÕES ENTRE ESTADOS S

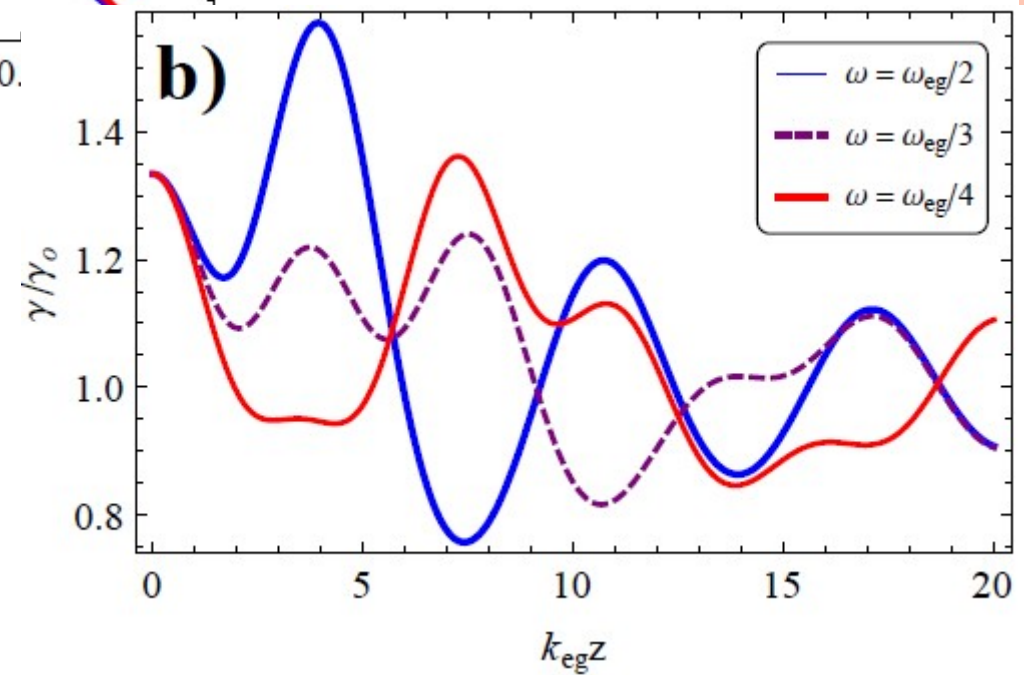
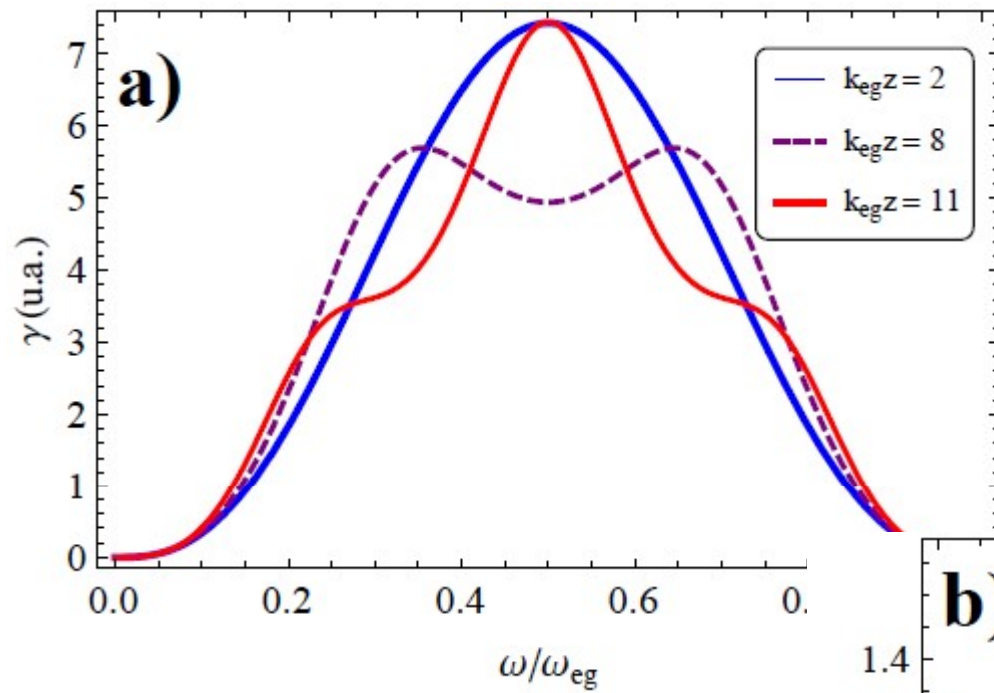
$$\mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) := \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_m \left[\frac{\mathbf{d}_{em} \mathbf{d}_{mg}}{\omega_{em} - \omega_k + i\eta} + \frac{\mathbf{d}_{mg} \mathbf{d}_{em}}{\omega_{em} - \omega_{k'} + i\eta} \right].$$

- Para cada transição temos uma forma funcional diferente para o diádico.
- Em uma transição entre estados esfericamente simétricos (do tipo s), temos

$$\mathbb{D}(\omega_k, \omega_{k'}) = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_n d_{en} d_{ng} \left[\frac{1}{\omega_{en} - \omega_k + i\eta} + \frac{1}{\omega_{en} - \omega_{k'} + i\eta} \right] \mathbb{I} =: D(\omega_k, \omega_{k'}) \mathbb{I}.$$

- Em outras transições, o diádico **não** é proporcional à identidade.

ÁTOMO PRÓXIMO A UMA PLACA CONDUTORA



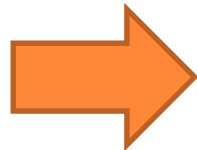
$$\text{EEDF} = (\text{EE DE UM FÓTON})^2$$

- Pode-se mostrar que

$$\Gamma(\mathbf{R}_e) = \int_0^{\omega_t} d\omega \gamma_0(\omega) \sum_{a,b} t_{ab}(\omega) P_a(\mathbf{R}_e, \omega) P_b(\mathbf{R}_e, \omega_t - \omega)$$

$$t_{ab}(\omega) = |\mathbb{D}_{ab}(\omega, \omega_t - \omega)|^2 / |\mathbb{D}(\omega, \omega_t - \omega)|^2$$

$P_a(\mathbf{R}_e, \omega)$



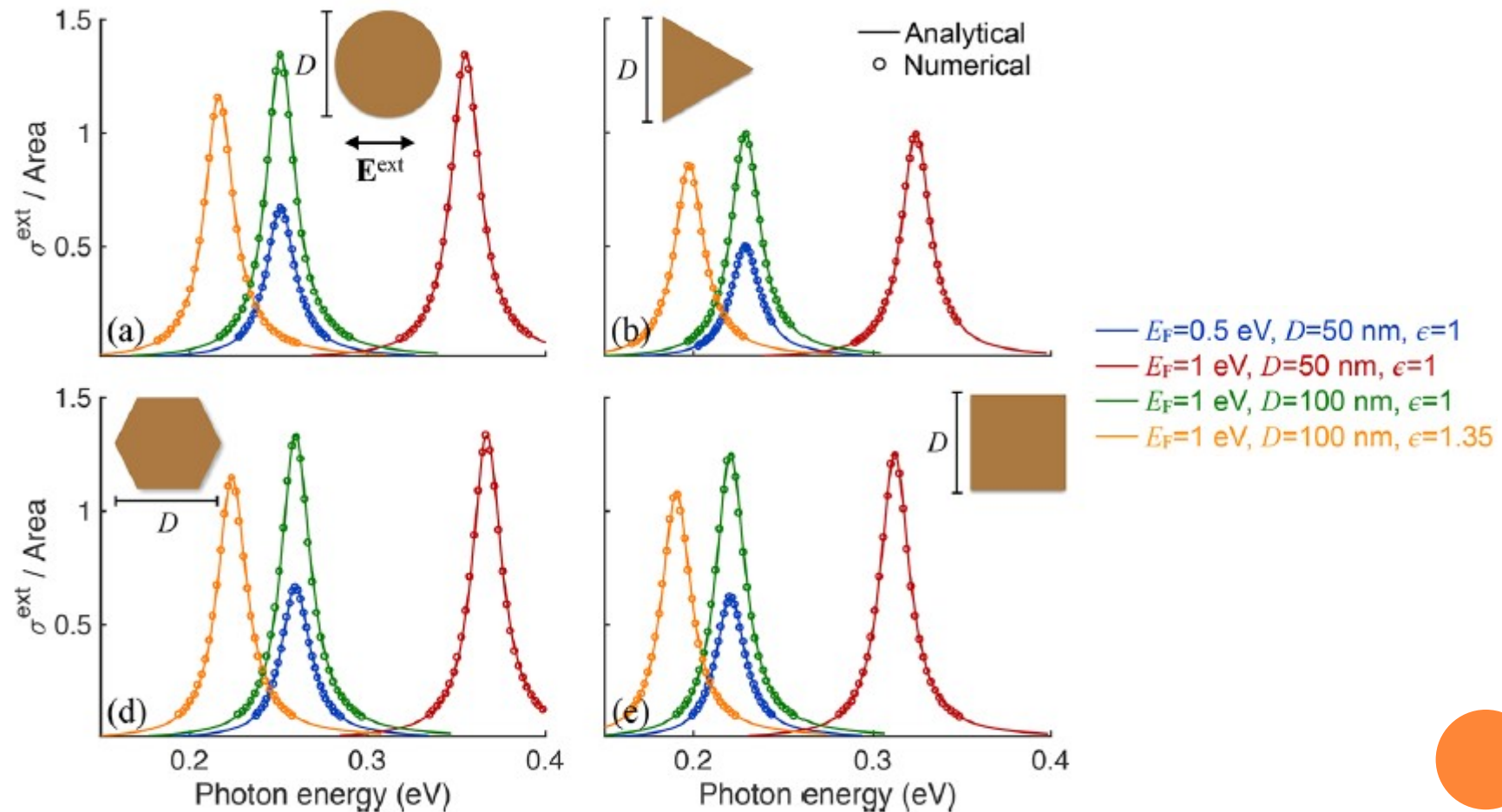
Fator Purcell de um emissor localizado na posição \mathbf{R}_e , orientado no sentido de $\hat{\mathbf{e}}_a(\mathbf{R}_e, \omega)$ e de frequência de transição ω

- Sabendo **as taxas** de EE de um fóton de um átomo próximo a uma superfície, obtemos imediatamente a densidade espectral de EEDF!

**EEDF próximo a
nanoestruturas
plasmônicas**

NANOESTRUTURAS PLASMÔNICAS 2D

- Modelo analítico para qualquer metal



CÁLCULO DOS FATORES PURCELL

- O fator Purcell coincide numericamente com a razão entre as potências dissipadas por um dipolo elétrico oscilante na presença do dado objeto e no espaço livre.

$$P_a(\mathbf{R}_e, \omega) = W_a(\mathbf{R}_e, \omega) / W_0(\omega)$$



CÁLCULO DOS FATORES PURCELL

- O fator Purcell coincide numericamente com a razão entre as potências dissipadas por um dipolo elétrico oscilante na presença do dado objeto e no espaço livre.

$$P_a(\mathbf{R}_e, \omega) = W_a(\mathbf{R}_e, \omega) / W_0(\omega)$$

$$P_a(\mathbf{R}_e, \omega) = P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega) + P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega)$$

- Absorção:

$$P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega) = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3}{\omega^4 |\mathbf{d}_a|^2} \int d^3\mathbf{R}' \operatorname{Re}\{\mathbf{J}^*(\mathbf{R}', \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{R}', \omega)\}$$

- Radiação:

$$P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega) = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3}{\omega^4 |\mathbf{d}_a|^2} \int_{R' \rightarrow \infty} d\mathbf{A}' \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{R}', \omega) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{R}', \omega)\}$$



CANAIS DE DECAIMENTO NA EEDF

- Emissão de dois plasmons:

$$\frac{\gamma_{pl,pl}(\mathbf{R}_e, \omega)}{\gamma_0(\omega)} = \frac{1}{3} \sum_a P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega) P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega_t - \omega)$$

- Emissão de um plasmon e um fóton:

$$\frac{\gamma_{ph,pl}(\mathbf{R}_e, \omega)}{\gamma_0(\omega)} = \frac{1}{3} \sum_a [P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega) P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega_t - \omega) + P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega) P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega_t - \omega)]$$

- Emissão de dois fótons:

$$\frac{\gamma_{ph,ph}(\mathbf{R}_e, \omega)}{\gamma_0(\omega)} = \frac{1}{3} \sum_a P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega) P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega_t - \omega)$$



POTÊNCIA DISSIPADA POR ABSORÇÃO

$$\mathbf{J}(\mathbf{R}', \omega) = \mathbf{K}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z') = \sigma(\omega) f(\mathbf{r}') \mathbf{E}_{\parallel}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z')$$



POTÊNCIA DISSIPADA POR ABSORÇÃO

$$\mathbf{J}(\mathbf{R}', \omega) = \mathbf{K}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z') = \sigma(\omega) f(\mathbf{r}') \mathbf{E}_{\parallel}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z')$$

+

$$\mathcal{E}(\mathbf{u}, \omega) = \sum_{\alpha} \frac{c_{\alpha}}{1 - \eta(\omega)/\eta_{\alpha}} \mathbf{V}_{\alpha}(\mathbf{u}), \quad c_{\alpha} = \int d^2\mathbf{u} \mathbf{V}_{\alpha}^*(\mathbf{u}) \cdot \mathcal{E}^{ext}(\mathbf{u}, \omega)$$

$$\mathbf{E}^{ext}(\mathbf{R}', \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \mathbf{d}_a \cdot \nabla |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^{-1}$$



POTÊNCIA DISSIPADA POR ABSORÇÃO

$$\mathbf{J}(\mathbf{R}', \omega) = \mathbf{K}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z') = \sigma(\omega) f(\mathbf{r}') \mathbf{E}_{\parallel}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z')$$

+

$$\mathcal{E}(\mathbf{u}, \omega) = \sum_{\alpha} \frac{c_{\alpha}}{1 - \eta(\omega)/\eta_{\alpha}} \mathbf{V}_{\alpha}(\mathbf{u}), \quad c_{\alpha} = \int d^2\mathbf{u} \mathbf{V}_{\alpha}^*(\mathbf{u}) \cdot \mathcal{E}^{ext}(\mathbf{u}, \omega)$$

$$\mathbf{E}^{ext}(\mathbf{R}', \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \mathbf{d}_a \cdot \nabla |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^{-1}$$

+

$$\int d^2\mathbf{u} \mathbf{V}_{\alpha}^*(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{V}_{\alpha'}(\mathbf{u}) = \delta_{\alpha\alpha'}.$$



POTÊNCIA DISSIPADA POR ABSORÇÃO

$$\mathbf{J}(\mathbf{R}', \omega) = \mathbf{K}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z') = \sigma(\omega) f(\mathbf{r}') \mathbf{E}_{\parallel}(\mathbf{r}', \omega) \delta(z')$$

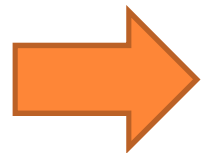
+

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{u}, \omega) = \sum_{\alpha} \frac{c_{\alpha}}{1 - \eta(\omega)/\eta_{\alpha}} \mathbf{V}_{\alpha}(\mathbf{u}), \quad c_{\alpha} = \int d^2\mathbf{u} \mathbf{V}_{\alpha}^*(\mathbf{u}) \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}^{ext}(\mathbf{u}, \omega)$$

$$\mathbf{E}^{ext}(\mathbf{R}', \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \nabla \mathbf{d}_a \cdot \nabla |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^{-1}$$

+

$$\int d^2\mathbf{u} \mathbf{V}_{\alpha}^*(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{V}_{\alpha'}(\mathbf{u}) = \delta_{\alpha\alpha'}.$$



$$P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega) = \frac{3c^3}{2D^3\omega^3} \text{Im} \sum_{\alpha} \hat{\mathbf{e}}_a \cdot \frac{\mathbf{F}_{\alpha}(\mathbf{R}_e) \otimes \mathbf{F}_{\alpha}^*(\mathbf{R}_e)}{1/\eta(\omega) - 1/\eta_{\alpha}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_a.$$

$$\mathbf{F}_{\alpha}(\mathbf{R}_e) = \int d^2\mathbf{u}' \frac{v_{\alpha}(\mathbf{u}')(\mathbf{R}_e/D - \mathbf{u}')}{|\mathbf{R}_e/D - \mathbf{u}'|^3}$$



POTÊNCIA DISSIPADA POR RADIAÇÃO

- O sistema é localizado espacialmente, logo, podemos expandir em multipolos. A primeira contribuição para a potência irradiada pelo sistema é

$$P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega) \simeq \frac{|\mathbf{d}_a + \mathbf{d}_{a,ind}(\mathbf{R}_e, \omega)|^2}{|\mathbf{d}_a|^2}$$

$$\mathbf{d}_{a,ind}(\mathbf{R}_e, \omega) = \int d^2\mathbf{r} \mathbf{r} \rho_{2D}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\rho_{2D}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{4\pi\epsilon_0}{D} \sum_{\alpha} \frac{c_{\alpha}}{1/\eta_{\alpha} - 1/\eta(\omega)} v_{\alpha}(\mathbf{u})$$



POTÊNCIA DISSIPADA POR RADIAÇÃO

- O sistema é localizado espacialmente, logo, podemos expandir em multipolos. A primeira contribuição para a potência irradiada pelo sistema é

$$P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega) \simeq \frac{|\mathbf{d}_a + \mathbf{d}_{a,ind}(\mathbf{R}_e, \omega)|^2}{|\mathbf{d}_a|^2}$$

$$\mathbf{d}_{a,ind}(\mathbf{R}_e, \omega) = \int d^2\mathbf{r} \mathbf{r} \rho_{2D}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\rho_{2D}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{4\pi\epsilon_0}{D} \sum_{\alpha} \frac{c_{\alpha}}{1/\eta_{\alpha} - 1/\eta(\omega)} v_{\alpha}(\mathbf{u})$$



$$P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega) = \left| \hat{\mathbf{e}}_a + \sum_{\alpha} \frac{\zeta_{\alpha} \otimes \mathbf{F}_{\alpha}^*(\mathbf{R}_e)}{1/\eta_{\alpha} - 1/\eta(\omega)} \cdot \hat{\mathbf{e}}_a \right|^2 \cdot \zeta_{\alpha} = \int d^2\mathbf{u} \mathbf{u} v_{\alpha}(\mathbf{u})$$

RESULTADOS APROXIMADOS: MODELO DE DRUDE

$$P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega) \simeq \sum_{q=1}^N \frac{A_{a,q}}{\omega^2} \frac{1/2\tau}{(\omega - \omega_q)^2 + (1/2\tau)^2}$$

$$A_{a,q} = \frac{3c^3 \omega_p^2 t}{16\pi D^4 \omega_q^2} \sum_{j=1}^{g_q} |\hat{\mathbf{e}}_a \cdot \mathbf{F}_{q,j}(\mathbf{R}_e)|^2.$$



RESULTADOS APROXIMADOS: MODELO DE DRUDE

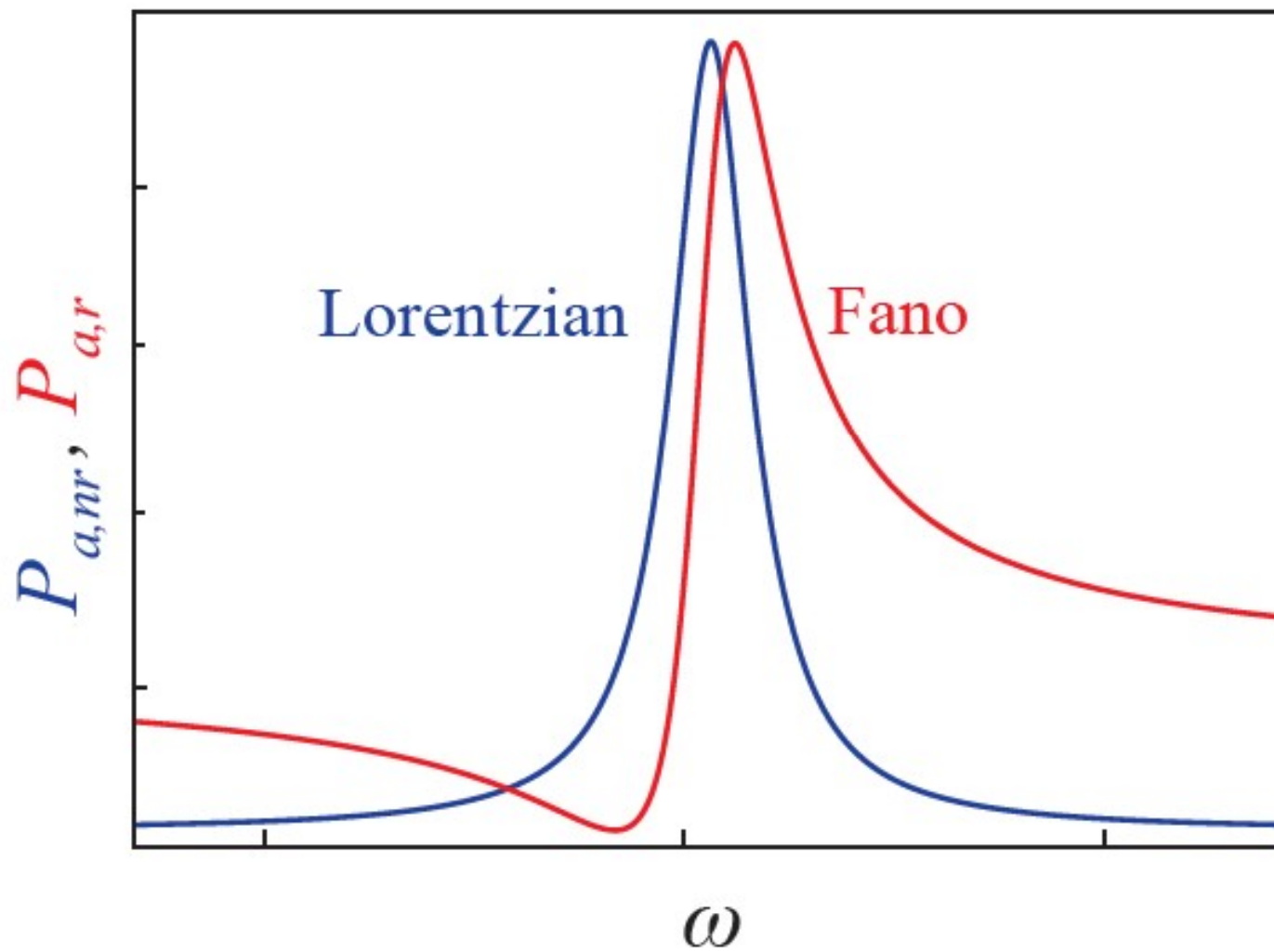
$$P_{a,nr}(\mathbf{R}_e, \omega) \simeq \sum_{q=1}^N \frac{A_{a,q}}{\omega^2} \frac{1/2\tau}{(\omega - \omega_q)^2 + (1/2\tau)^2}$$

$$A_{a,q} = \frac{3c^3 \omega_p^2 t}{16\pi D^4 \omega_q^2} \sum_{j=1}^{g_q} |\hat{\mathbf{e}}_a \cdot \mathbf{F}_{q,j}(\mathbf{R}_e)|^2.$$

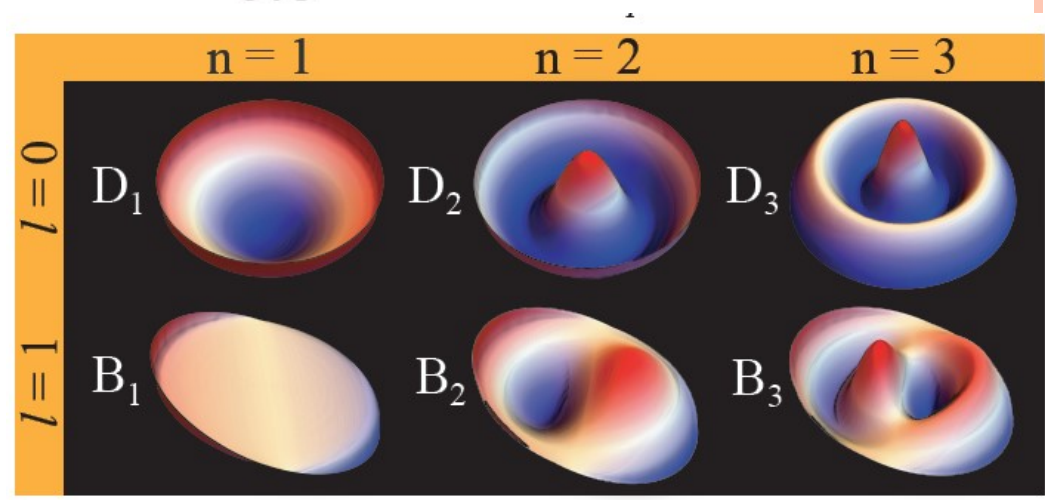
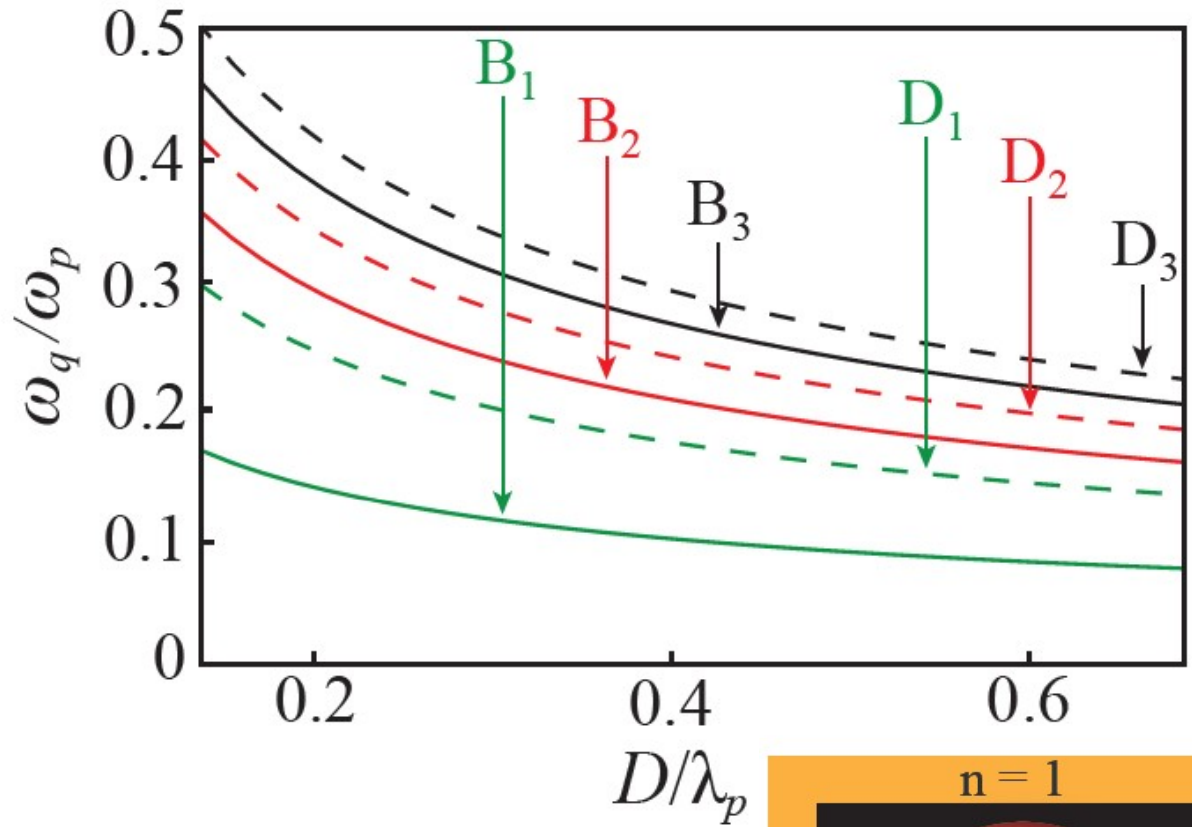
$$P_{a,r}(\mathbf{R}_e, \omega) = 1 + \sum_{q=1}^N \frac{(\omega - \omega_q + f_{a,q}/2\tau)^2 + B_{a,q} \times (1/2\tau)}{(\omega - \omega_q)^2 + (1/2\tau)^2} - N$$

$$f_{a,q} = \frac{\omega_p^2 \tau t}{4\pi D \omega_q} \sum_{j=1}^{g_q} \text{Re} \left[\hat{\mathbf{e}}_a \cdot \mathbf{F}_{q,j}^*(\mathbf{R}_e) \zeta_{a;q,j}^{\parallel} \right]$$

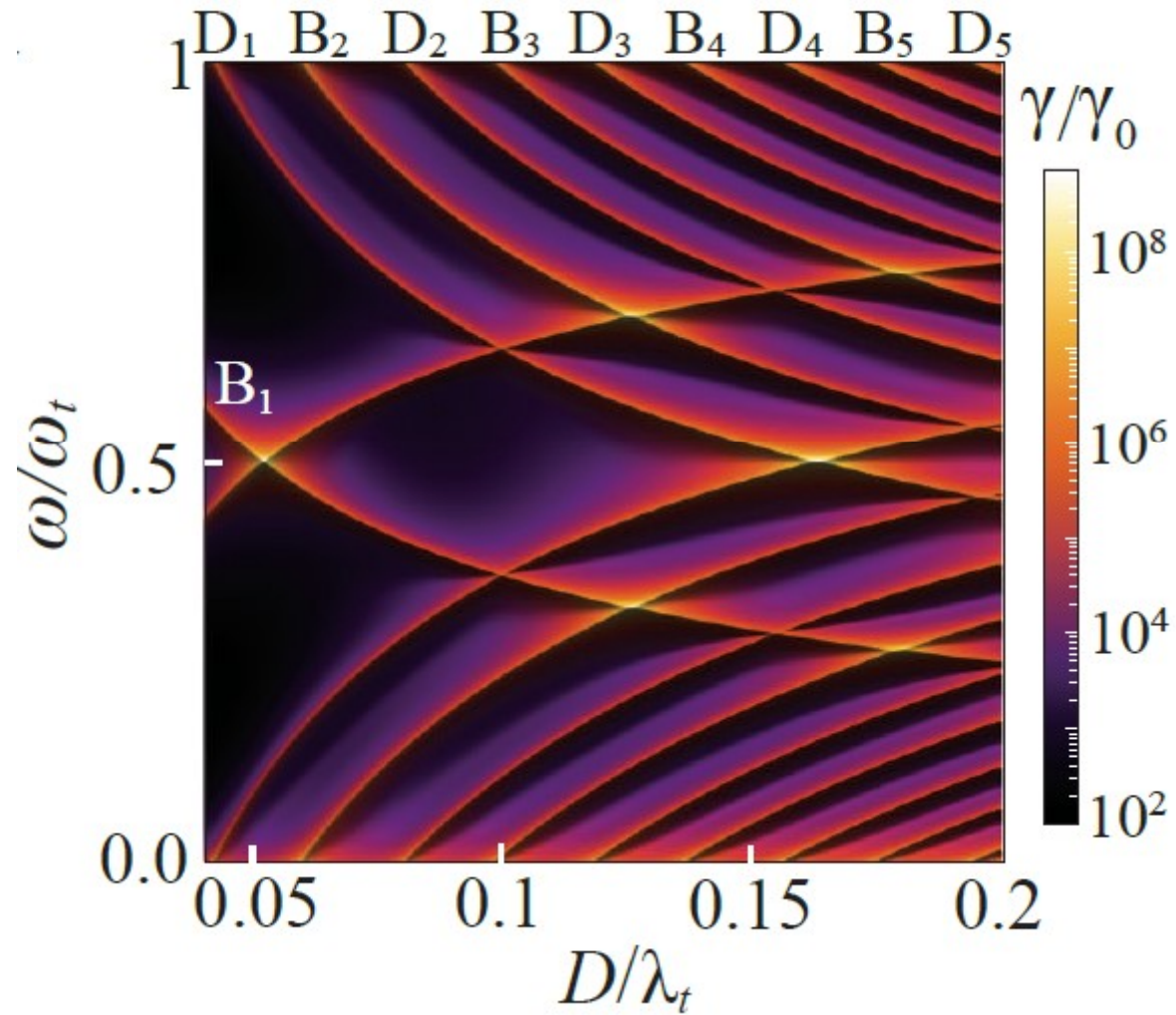
RESULTADOS APROXIMADOS: MODELO DE DRUDE



RESULTADOS NUMÉRICOS PARA UM NANODISCO

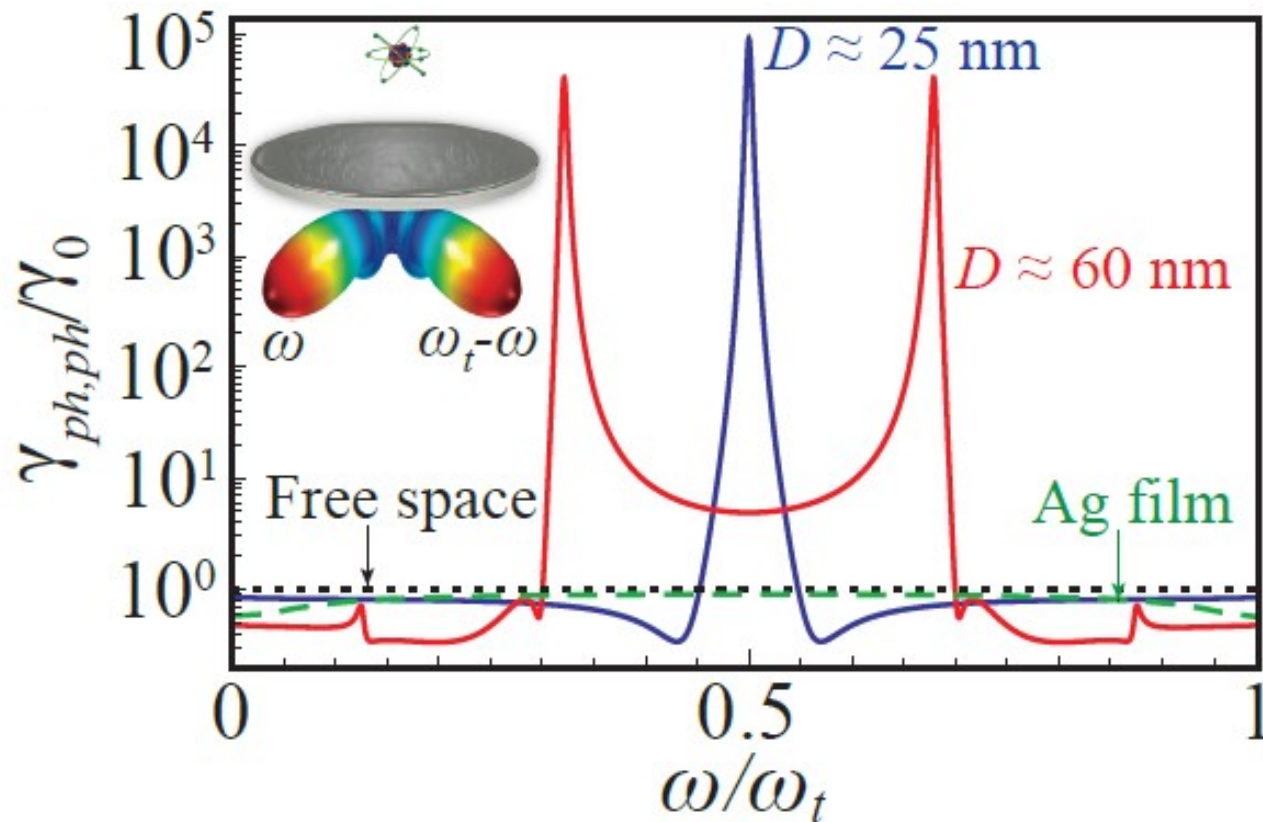


EEDF PRÓXIMO A UM NANODISCO DE AG



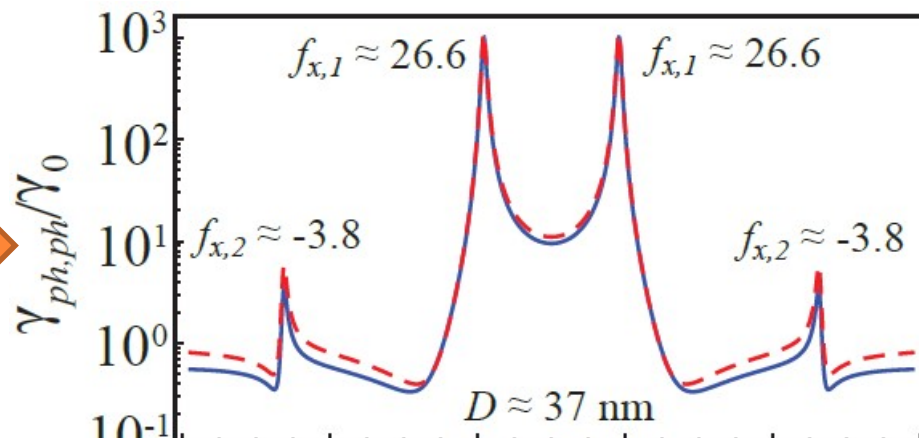
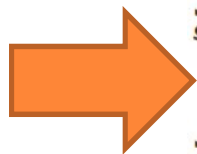
EEDF PRÓXIMO A UM NANODISCO DE AG

- Nanoestruturas são mais eficientes na geração de fótons do que camadas infinitas.

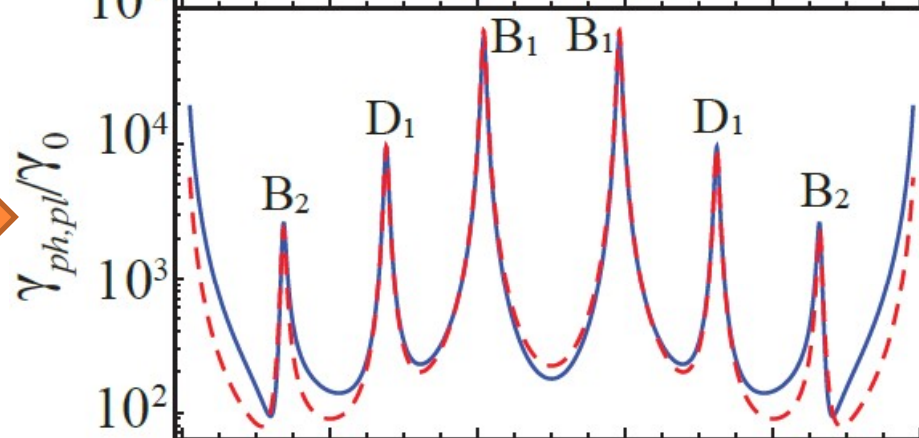
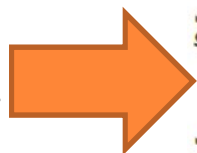


EEDF PRÓXIMO A UM NANODISCO DE AG

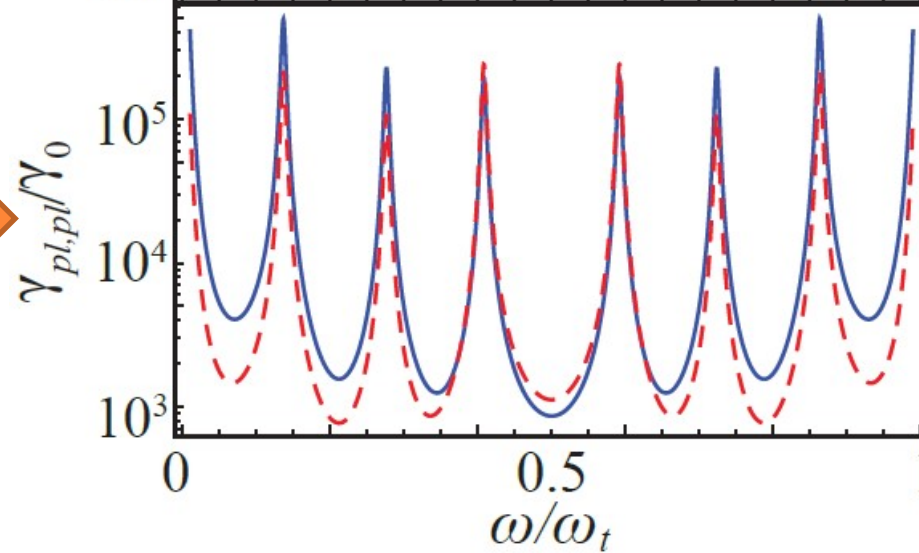
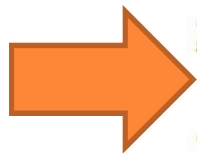
Canal fóton-fóton



Canal fóton-plasmon

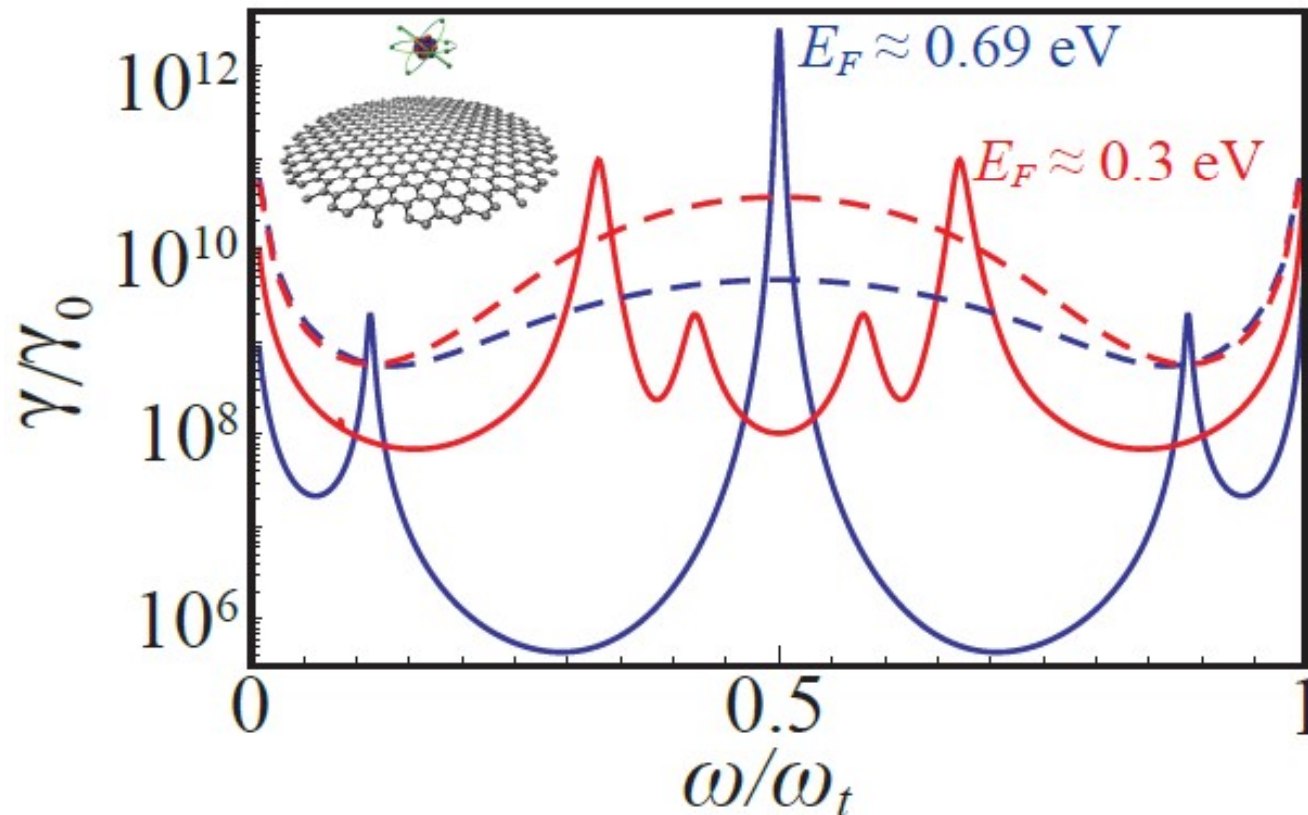


Canal plasmon-plasmon



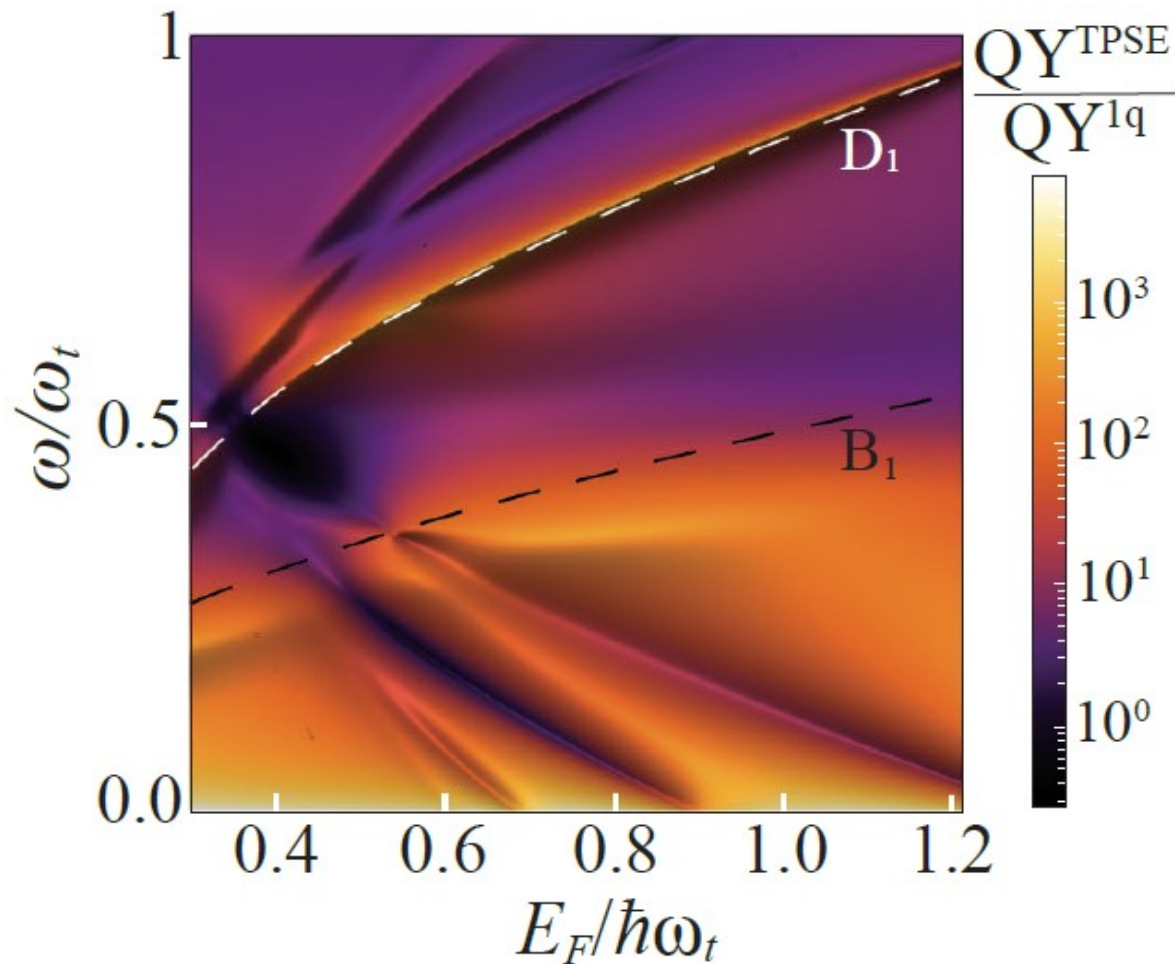
EEDF PRÓXIMO A UM NANODISCO DE GRAFENO

- Nanoestruturas de grafeno permitem um controle do espectro de emissão maior do que uma camada infinita.



EEDF PRÓXIMO A UM NANODISCO DE GRAFENO

- Gerar 1 **FÓTON** via EEDF pode ser mais eficiente do que pela emissão direta de 1 quantum

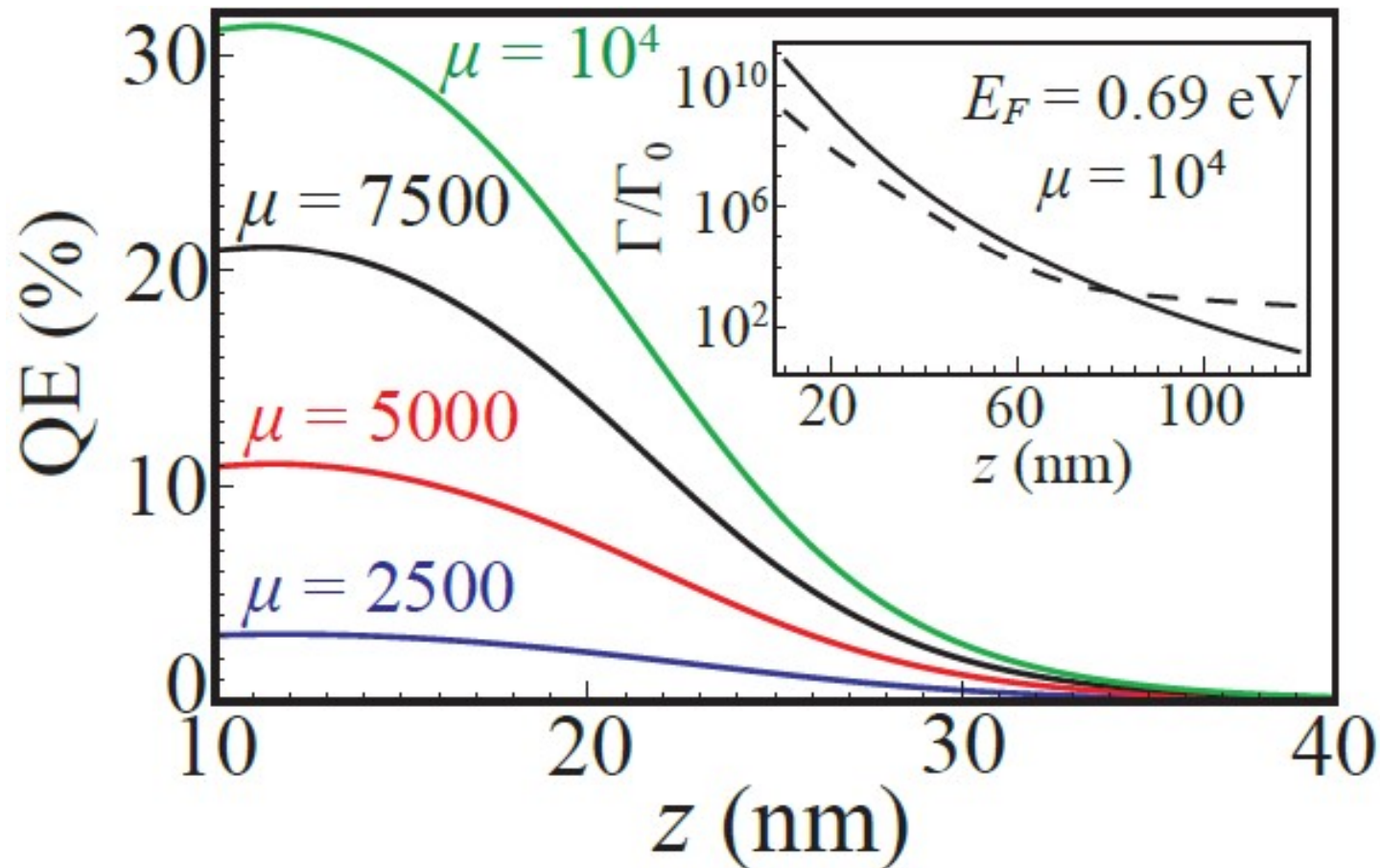


O modo D_1 , apesar de não irradiar, na EEDF contribui para a geração de fótons!



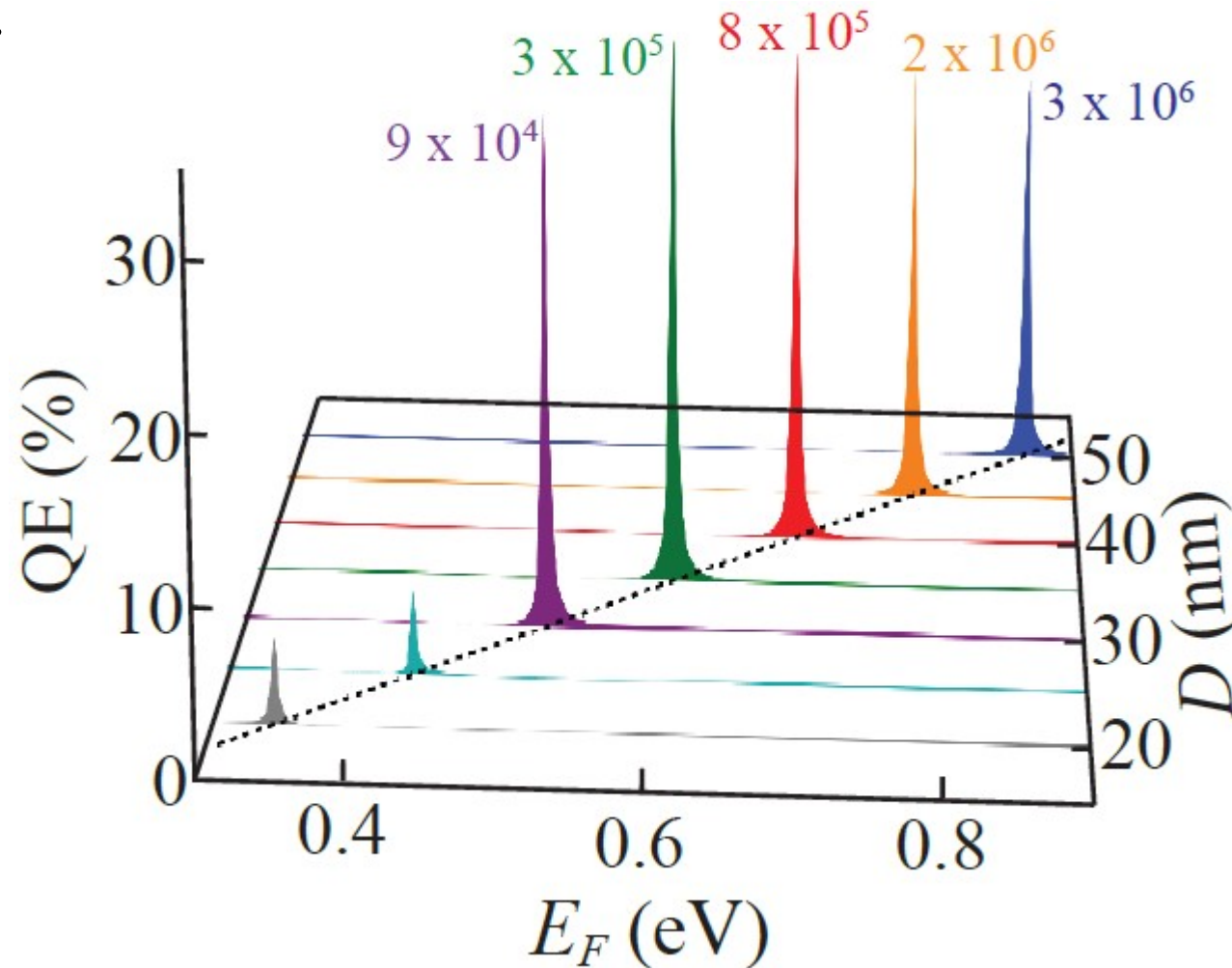
EEDF PRÓXIMO A UM NANODISCO DE GRAFENO

- Tudo isso em um sistema onde a EEDF é capaz de competir com outras transições de primeira ordem!



EEDF PRÓXIMO A UM NANODISCO DE GRAFENO

- Notemos que existem valores ótimos dos parâmetros do sistema. Em todos os casos existe uma grande geração de fótons.



CONCLUSÕES

- Nanoestruturas plasmônicas geram um grande aumento da EEDF.
- O espectro de emissão possui assinaturas dos diferentes canais de decaimentos.
- O espectro de emissão é muito sensível aos parâmetros do sistema (tamanho, dopagem, mobilidade)
- Grande produção de fótons reais pode ser alcançada nesses sistemas, ao contrário do que ocorre em outros sistemas estudados em trabalhos anteriores.



Obrigado!

