



UFRJ



17<sup>a</sup>  
21  
OUT

[www.siac.ufrj.br](http://www.siac.ufrj.br)

**7<sup>A</sup>** SEMANA DE  
INTEGRAÇÃO  
ACADÊMICA  
DA UFRJ

13º CONGRESSO DE EXTENSÃO DA UFRJ

XXXVIII JORNADA GIULIO MASSARANI DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA,  
TECNOLÓGICA, ARTÍSTICA E CULTURAL

VIII JORNADA DE PESQUISA E EXTENSÃO DO CAMPUS UFRJ - MACAÉ

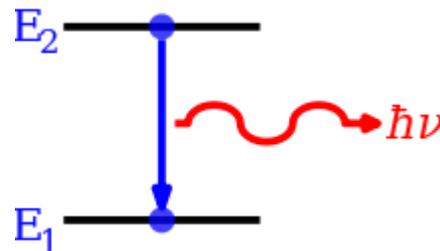
# INTRODUÇÃO AO EFEITO PURCELL

Yuri Muniz de Souza(FAPERJ)

Orientador: Carlos Farina de Souza

# EMISSÃO ESPONTÂNEA

- Átomo no estado excitado isolado decai para o estado fundamental.



- Razão: átomo excitado + zero fóton não é um estado estacionário do Hamiltoniano do sistema átomo-campo



# EMISSÃO ESPONTÂNEA

- O fenômeno é muito presente em nossas vidas. Praticamente toda a luz que vemos é proveniente de emissão espontânea!



espécies  
vegetais e  
bacterianas  
marinhas,  
como algas



# UMA BREVE HISTÓRIA

- Einstein em 1916 escreveu uma carta para seu amigo Michele Besso onde disse:

*“ A splendid light has dawned  
on me about the absorption  
and emission of radiation”*

- Coeficientes A e B de Einstein -1917 - calcula a razão entre as taxas de emissão espontânea e estimulada. Em temperatura ambiente temos para o azul:

$$\frac{A_{21}}{B_{21}\rho(\omega_0)} = e^{h\nu/K_B T} - 1 \approx 10^{39}$$



# UMA BREVE HISTÓRIA

- 1927 – Dirac obteve a taxa de emissão espontânea de um átomo de 2 níveis utilizando a EDQ.

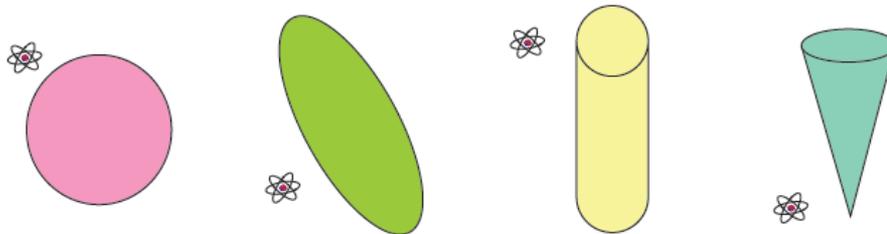
$$\Gamma_{21}^{(0)} = \frac{4}{3} \frac{|\mathbf{d}_{21}|^2 \omega_{21}^3}{\hbar}$$

- 1946 – Purcell descobre que objetos na vizinhança de sistemas atômicos alteram a taxa de emissão espontânea



# UMA BREVE HISTÓRIA

- 1969 – Morawitz calcula a taxa de emissão espontânea de um átomo próximo a uma placa condutora
- 1970 – Drexhage faz a verificação experimental do fenômeno
- 1970 – átomo entre duas placas condutoras
- 1985 – primeiro experimento onde é observado a supressão da emissão espontânea
- Hoje: efeito Purcell em geometrias não-triviais e em novos materiais(grafeno por exemplo).



- Efeito Purcell em emissão espontânea de dois fótons.



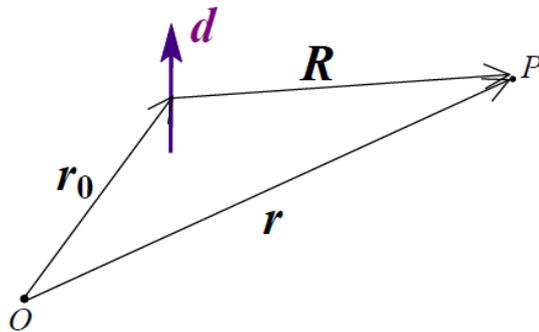
# ANÁLOGO CLÁSSICO

- Átomo de dois níveis  $\rightarrow$  Dipolo elétrico oscilante
- Frequência de transição  $\rightarrow$  frequência de oscilação
- Taxa de EE  $\rightarrow$  Taxa de emissão de radiação
  
- Há um análogo do efeito Purcell (e do desvio Lamb) para o dipolo!
  
- **É possível mostrar que a razão entre as taxas de EE com e sem fronteira coincide com a razão entre as taxas de emissão de radiação de dipolo com e sem fronteira!**
  
- Calcularemos essa razão em alguns casos simples.



## O MÉTODO (S.HAROCHE, LES HOUCHES, 1992.)

- Consiste em considerar um dipolo elétrico oscilante, primeiro no espaço livre e posteriormente na presença de uma fronteira arbitrária.



$$\mathbf{d}(t) = q\mathbf{x}(t) = qa e^{-i\omega t} \mathbf{e}$$

$$E = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2$$

**Figura 1:** Dipolo elétrico oscilante. O: origem; P: ponto genérico no espaço;  $\mathbf{r}_0$ : posição do dipolo relativa a O;  $\mathbf{r} = \vec{OP}$ ;  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$



## O MÉTODO

- Primeiro calculamos a taxa de radiação de dipolo no espaço livre. O campo elétrico gerado pelo dipolo é

$$\mathbf{E}^{(0)}(\mathbf{r}, t) = \frac{qak^3}{4\pi\epsilon_0} \mathbf{F}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \mathbf{e}, \omega) e^{-i\omega t},$$

onde  $k = \frac{\omega}{c}$  e  $\mathbf{F}^{(0)}$  é definido como

$$\mathbf{F}^{(0)} = \left\{ \frac{(\hat{\mathbf{R}} \times \mathbf{e}) \times \hat{\mathbf{R}}}{kR} + (\mathbf{e} - 3(\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e})\hat{\mathbf{R}}) \left( \frac{i}{k^2 R^2} - \frac{1}{k^3 R^3} \right) \right\} e^{ikR}$$



## O MÉTODO

- Podemos obter a taxa usando um argumento de conservação de energia, a saber

$$P = -\frac{dE}{dt} = \gamma^{(0)} E$$

$$\gamma^{(0)} = \frac{2\omega}{3} k r_0 ; \quad r_0 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} \approx 2.8 \times 10^{-15} m$$

A partir de (5) segue que  $E = E_0 e^{-\gamma^{(0)} t}$  e identificamos  $\gamma^{(0)}$  como a taxa de radiação do dipolo no espaço livre.



# O MÉTODO

- Dipolo oscilante na presença de uma fronteira (cavidade): seu campo elétrico pode ser escrito como

$$\mathbf{E}^{(cav)}(\mathbf{r}, t) = \frac{qak^3}{4\pi\epsilon_0} \mathbf{F}^{(cav)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \mathbf{e}, \omega) e^{-i\omega t},$$

onde, por conveniência, escrevemos

$$\mathbf{F}^{(cav)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \mathbf{e}, \omega) = \mathbf{F}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \mathbf{e}, \omega) + \mathbf{F}^{(r)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \mathbf{e}, \omega).$$



## O MÉTODO

- Escrevemos a segunda lei de Newton para o dipolo e obtemos uma equação para  $x(t)$  cuja solução é da forma

$$x(t) = a_0 e^{-i\Omega t} .$$

- $\text{Re}\Omega$  é a nova frequência de oscilação (análogo do desvio Lamb) e  $\text{Im}\Omega$ , metade da nova taxa de radiação (análogo do efeito Purcell).



## O MÉTODO

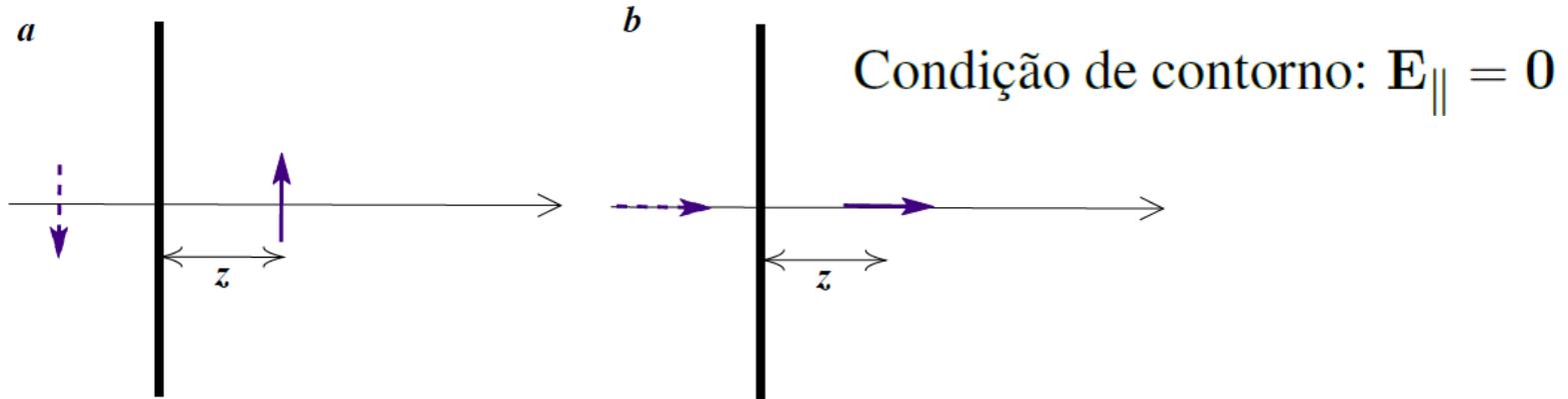
Supondo  $Re\Omega - \omega \ll \omega$ , pode-se mostrar que

$$\frac{\gamma^{(cav)}}{\gamma^{(0)}} = 1 + \frac{3}{2} Im \left( \mathbf{e} \cdot \mathbf{F}_0^{(r)} \right)$$
$$\delta\omega = Re\Omega - \omega = \frac{3\gamma^{(0)}}{4} Re \left( \mathbf{e} \cdot \mathbf{F}_0^{(r)} \right)$$

Para calcular essa razão devemos conhecer apenas o campo gerado pela fronteira!



# DIPOLO PRÓXIMO A UMA PLACA PERFEITAMENTE CONDUTORA



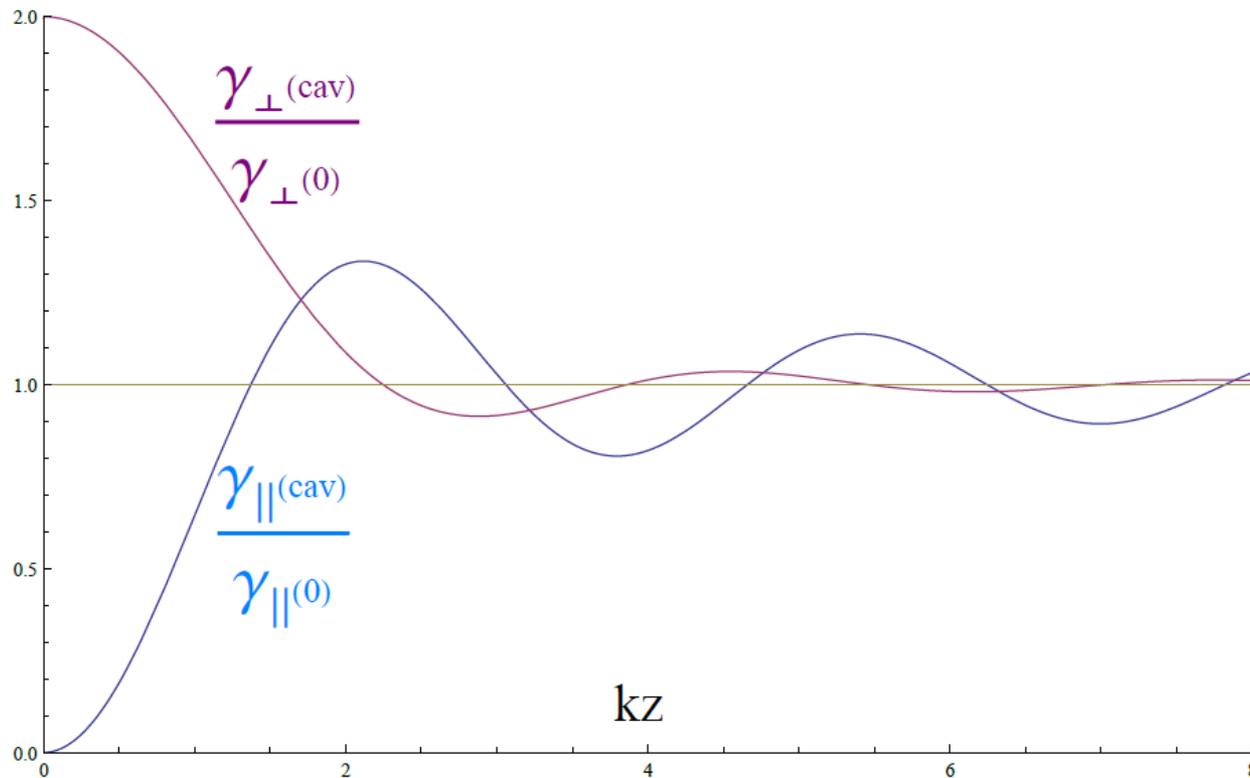
**Figura 2:** **a:** dipolo orientado paralelamente à placa. O dipolo imagem oscila em oposição de fase com o dipolo real; **b:** dipolo orientado perpendicularmente a placa. O dipolo imagem oscila em fase com o dipolo real.

$$\frac{\gamma_{||}^{(cav)}}{\gamma(0)} = 1 - \frac{3}{2} \left\{ \frac{\sin 2kz}{2kz} + \frac{\cos 2kz}{(2kz)^2} - \frac{\sin 2kz}{(2kz)^3} \right\}$$

$$\frac{\gamma_{\perp}^{(cav)}}{\gamma(0)} = 1 - 3 \left\{ \frac{\cos 2kz}{(2kz)^2} - \frac{\sin 2kz}{(2kz)^3} \right\}$$



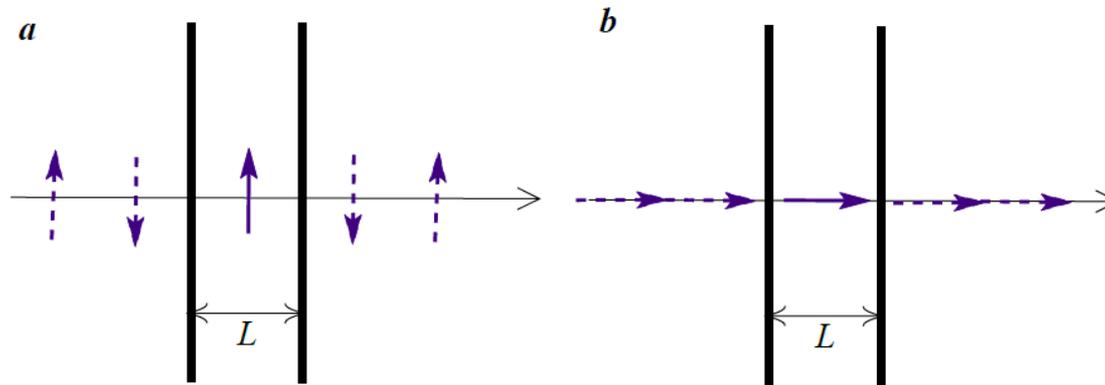
# DIPOLO PRÓXIMO A UMA PLACA PERFEITAMENTE CONDUTORA



**Figura 3:** Taxa de radiação de um dipolo na presença de uma placa perfeitamente condutora (normalizada pela taxa de radiação no espaço livre) em função de  $kz$ .



# DIPOLO EQUIDISTANTE A DUAS PLACAS PERFEITAMENTE CONDUTORAS



**Figura 6:** **a:** dipolo orientado paralelamente a placa; **b:** dipolo orientado perpendicularmente a placa.

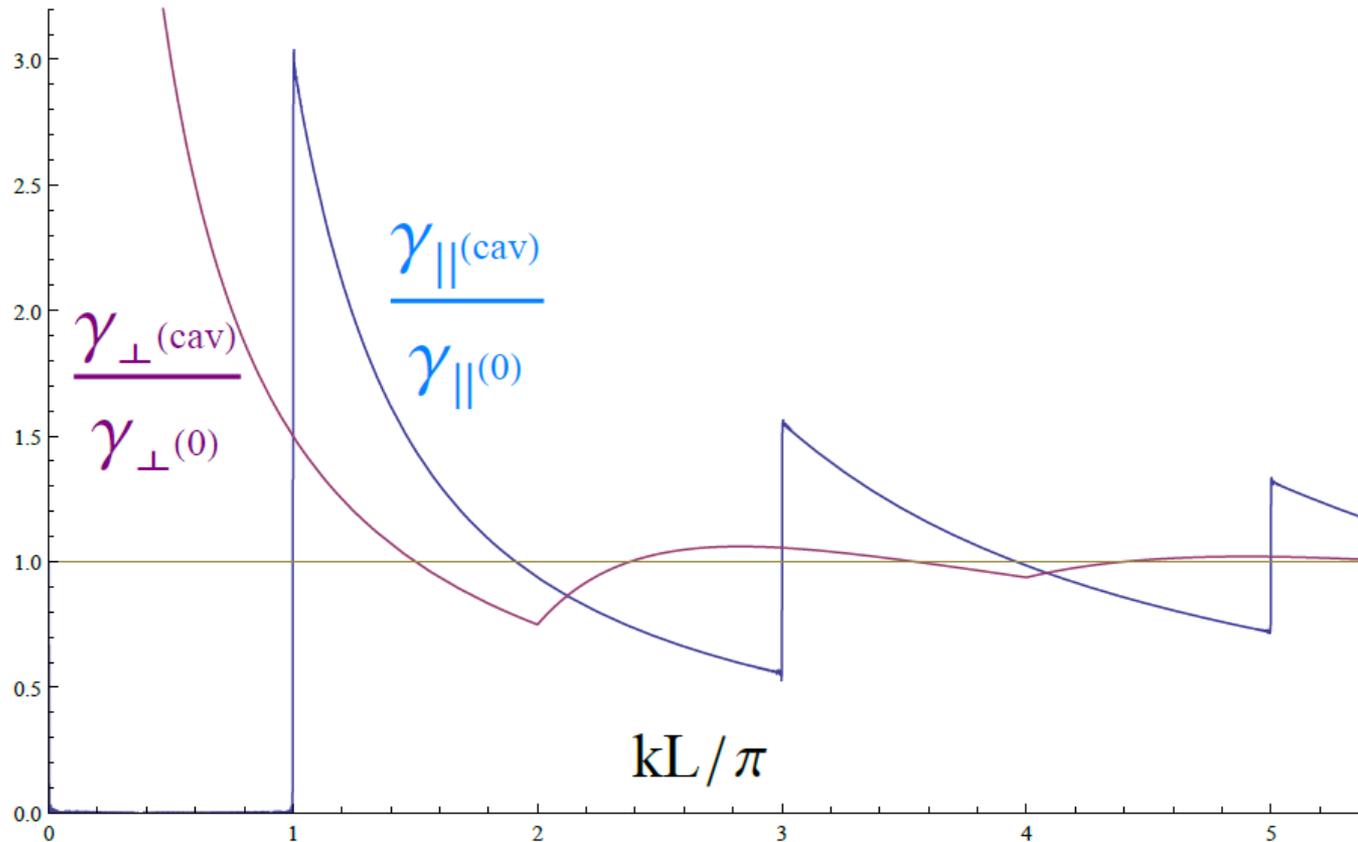
○ Infinitas imagens!

$$\frac{\gamma_{\parallel}^{(cav)}}{\gamma^{(0)}} = 1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left\{ \frac{\sin nkL}{nkL} + \frac{\cos nkL}{(nkL)^2} - \frac{\sin nkL}{(nkL)^3} \right\}$$

$$\frac{\gamma_{\perp}^{(cav)}}{\gamma^{(0)}} = 1 - 6 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\cos nkL}{(nkL)^2} - \frac{\sin nkL}{(nkL)^3} \right\}$$



# DIPOLO EQUIDISTANTE A DUAS PLACAS PERFEITAMENTE CONDUTORAS



**Figura 7:** Taxa de radiação do dipolo entre duas placas perfeitamente condutoras (normalizada pela taxa no espaço livre) em função de  $kL/\pi$ .



## COMENTÁRIOS

- A razão entre as taxas de EE de um átomo com e sem fronteira pode ser calculada a partir da razão entre as taxas de radiação de um dipolo com e sem fronteira.
- A taxa de EE oscila com a distância do átomo à fronteira.
- A emissão espontânea pode ser suprimida.
- Outros casos foram considerados, como o de um dipolo próximo a uma ou duas placas perfeitamente permeáveis.



# PERSPECTIVAS

- Analisar o caso bem mais complexo de um dipolo próximo a uma esfera condutora
- Analisar o caso de um dipolo próximo a um disco condutor pelo método das imagens de Sommerfeld.
- Analisar o caso de um dipolo próximo a um plano com orifício circular pelo mesmo método.
- Analisar a influência do tamanho finito de uma fronteira no efeito Purcell.



# REFERÊNCIAS

- [1] P.W. Milonni, "The Quantum Vacuum: An Introduction to Quantum Electrodynamics", Academic Press, New York (1994).
- [2] S.Haroche, "Cavity Quantum Electrodynamics" in "Fundamental Systems in Quantum Optics" les Houches session LIII J. Dalibard, J.M. Raimond et J. Zinn Justin éditeurs, Elsevier Science Publishers (1992).
- [3] E. Purcell, Phys. Rev. vol. 69, 681 (1946).



**OBRIGADO!**

